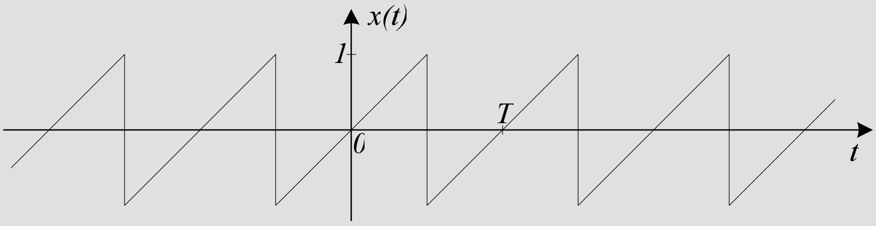
EXAMEN S.I.C. (Signal – Information – Communication)
CORRECTION

Tous documents autorisés 07 mai 2008
Durée : 2 heures M. TOMCZAK

Exercice 1 : montrer que le signal en dents de scie *x(t)*, périodique de période *T*, représenté ci-dessous, peut s'écrire sous la forme : $x(t) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin\left(2\pi\frac{nt}{T}\right)$.



Le signal *x(t)* étant périodique, il admet un développement en série de Fourier de la forme :

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos\left(2\pi n\frac{t}{T}\right) + b_n\sin\left(2\pi n\frac{t}{T}\right)\right].$$

Mais *x(t)* étant un signal impair, les coefficients a_n sont nuls. Les coefficients b_n sont donnés par :

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\sin\left(2\pi n\frac{t}{T}\right)dt = \frac{\omega}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} x(t)\sin(n\omega t)dt \text{, en posant } \omega = \frac{2\pi}{T}. \text{ On en tire :}$$

$$\boxed{b_n = \frac{\omega^2}{\pi^2}\int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} t.\sin(n\omega t)dt}$$. Cette intégrale se calcule facilement par parties :

$$\boxed{\begin{array}{ll} u = t & du = dt \\ dv = \sin(n\omega t)dt & v = -\frac{\cos(n\omega t)}{n\omega} \end{array} \rightarrow b_n = \frac{\omega^2}{\pi^2}\left[-t\frac{\cos(n\omega t)}{n\omega}\right]_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} + \frac{\omega^2}{\pi^2}\int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}}\frac{\cos(n\omega t)}{n\omega}dt}.$$

D'où : $b_n = \frac{\omega}{n\pi^2}\left[-t\cos(n\omega t)\right]_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} + \frac{1}{n^2\pi^2}\left[\sin(n\omega t)\right]_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}}$, c'est-à-dire :

$$b_n = \frac{\omega}{n\pi^2}\left[-\frac{\pi}{\omega}\cos(n\pi) - \frac{\pi}{\omega}\cos(-n\pi)\right] + \underbrace{\frac{1}{n^2\pi^2}\left[\sin(n\pi) - \sin(-n\pi)\right]}_{=0} \boxed{= -\frac{2}{n\pi}\cos(n\pi) = \frac{2}{\pi}.\frac{(-1)^{n+1}}{n}}.$$

Finalement : $\boxed{x(t) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin\left(2\pi\frac{nt}{T}\right)}$.

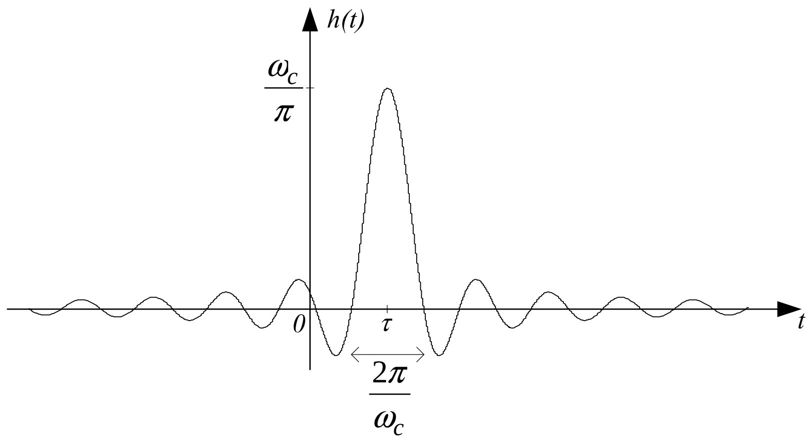
Exercice 2 : déterminer et représenter graphiquement la réponse impulsionnelle du filtre dont la réponse fréquentielle *H(ω)* est donnée par : $H(\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega\tau} & |\omega| \le \omega_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Le signal obtenu est-il causal ? Conclusion ?

La réponse impulsionnelle du filtre correspond à la transformée de Fourier inverse de sa réponse fréquentielle : $h(t)=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}H(\omega)e^{j\omega t}d\omega=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c}e^{j\omega(t-\tau)}d\omega=\dfrac{1}{2\pi}\left[\dfrac{e^{j\omega(t-\tau)}}{j(t-\tau)}\right]_{-\omega_c}^{\omega_c}$.

Soit : $h(t)=\dfrac{1}{2\pi(t-\tau)}\left[\dfrac{e^{j\omega_c(t-\tau)}-e^{-j\omega_c(t-\tau)}}{j}\right]=\dfrac{1}{2\pi(t-\tau)}.2\sin(\omega_c(t-\tau))=\dfrac{\sin(\omega_c(t-\tau))}{\pi(t-\tau)}$.

On en tire finalement : $\boxed{h(t)=\dfrac{\omega_c}{\pi}.\text{sinc}\left(\dfrac{\omega_c}{\pi}(t-\tau)\right)}$.



Ce filtre est non causal et ne peut donc pas être réalisé. Une approximation de ce filtre peut en revanche être réalisée : il suffit de choisir τ suffisamment grand (de manière à retarder la réponse impulsionnelle) et de tronquer le résultat pour assurer la causalité.

Exercice 3 : on souhaite calculer *S(f)*, la transformée de Fourier (TF) du signal :

$$s(t)=\cos(2\pi f_0 t).\left[1\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-1\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right],\ \tau \text{ réel positif.}$$

Choisir une des deux méthodes suivantes :

1) La première méthode consiste à effectuer le calcul direct de l'intégrale de Fourier.

On a directement : $S(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}s(t)e^{-j2\pi ft}dt=\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}\cos(2\pi f_0 t)e^{-j2\pi ft}dt$. En utilisant la formule d'Euler, il vient : $S(f)=\dfrac{1}{2}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}e^{-j2\pi(f-f_0)t}dt+\dfrac{1}{2}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}e^{-j2\pi(f+f_0)t}dt=\dfrac{1}{2}\left[-\dfrac{e^{-j2\pi(f-f_0)t}}{j2\pi(f-f_0)}\right]_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}+\dfrac{1}{2}\left[-\dfrac{e^{-j2\pi(f+f_0)t}}{j2\pi(f+f_0)}\right]_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}$.

En posant : $f_1=f-f_0$ et $f_2=f+f_0$, il vient :

$$S(f)=\frac{1}{2}\left[-\frac{e^{-j2\pi f_1 t}}{j2\pi f_1}\right]_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}+\frac{1}{2}\left[-\frac{e^{-j2\pi f_2 t}}{j2\pi f_2}\right]_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}=\frac{1}{j4\pi f_1}\left(e^{j\pi f_1\tau}-e^{-j\pi f_1\tau}\right)+\frac{1}{j4\pi f_2}\left(e^{j\pi f_2\tau}-e^{-j\pi f_2\tau}\right).$$

Soit : $S(f)=\dfrac{1}{j4\pi f_1}.2j\sin(\pi f_1\tau)+\dfrac{1}{j4\pi f_2}.2j\sin(\pi f_2\tau)=\dfrac{\tau}{2}\dfrac{\sin(\pi f_1\tau)}{\pi f_1\tau}+\dfrac{\tau}{2}\dfrac{\sin(\pi f_2\tau)}{\pi f_2\tau}$.

Finalement : $S(f)=\frac{\tau}{2}[\mathrm{sinc}(f_1\tau)+\mathrm{sinc}(f_2\tau)]=\boxed{\frac{\tau}{2}[\mathrm{sinc}((f-f_0)\tau)+\mathrm{sinc}((f+f_0)\tau)]}$.

2) La seconde méthode comporte plusieurs étapes. On suppose connue la TF du signal constant de hauteur 1 : $1 \leftrightarrow \delta(f)$.

a) Démontrer la propriété : $x(t)e^{j2\pi f_0 t} \leftrightarrow X(f-f_0)$.

$$\boxed{F\left[x(t)e^{j2\pi f_0 t}\right]=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{j2\pi f_0 t}e^{-j2\pi ft}dt=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-j2\pi(f-f_0)t}dt=X(f-f_0)}$$

b) À l'aide de la formule d'Euler, en déduire la TF du signal $\cos(2\pi f_0 t)$.

Selon la formule d'Euler, on a : $\cos(2\pi f_0 t)=\frac{e^{j2\pi f_0 t}+e^{-j2\pi f_0 t}}{2}$. La TF du signal constant étant égale à $\delta(f)$, il vient : $e^{j2\pi f_0 t} \leftrightarrow \delta(f-f_0)$ et $e^{-j2\pi f_0 t} \leftrightarrow \delta(f+f_0)$. On en déduit immédiatement :

$\boxed{\cos(2\pi f_0 t) \leftrightarrow \frac{1}{2}[\delta(f+f_0)+\delta(f-f_0)]}$.

c) Calculer la TF du signal $\left[1\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-1\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right]$.

Posons $x(t)=\left[1\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-1\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right]$, il vient alors : $X(f)=\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}e^{-j2\pi ft}dt=\left[-\frac{e^{-j2\pi ft}}{j2\pi f}\right]_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}=\frac{e^{j\pi f\tau}-e^{-j\pi f\tau}}{j2\pi f}$.

D'où : $\boxed{X(f)=\tau\frac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau}=\tau\,\mathrm{sinc}(f\tau)}$

d) Déduire des deux réponses précédentes l'expression de *S(f)*.

Le signal *s(t)* étant le produit de deux signaux, sa TF est égale au produit de convolution des deux TF correspondantes : $S(f)=\frac{1}{2}[\delta(f+f_0)+\delta(f-f_0)]*\tau\,\mathrm{sinc}(f\tau)$. D'après les propriétés de l'impulsion de Dirac, on en déduit : $\boxed{S(f)=\frac{\tau}{2}[\mathrm{sinc}((f-f_0)\tau)+\mathrm{sinc}((f+f_0)\tau)]}$.

Exercice 4 : résoudre l'équation différentielle suivante à l'aide de la transformée de Laplace :
$\ddot{y}(t)+4\dot{y}(t)+3y(t)=3\sin(3t).1(t)$; $\dot{y}(0)=0,\ y(0)=1$.
Préciser la réponse libre, la réponse forcée, le régime transitoire et le régime permanent.

En prenant la transformée de Laplace de chacun des membres de l'équation, il vient :
$s^2Y(s)-s+4sY(s)-4+3Y(s)=\frac{9}{s^2+9}$. On en tire : $\boxed{Y(s)=\frac{9}{(s^2+9)(s+3)(s+1)}+\frac{s+4}{(s+3)(s+1)}}$.
Le premier terme correspond à la réponse forcée et le second, à la réponse libre.
Déterminons la réponse libre. Par décomposition en éléments simples, on obtient aisément :
$\boxed{\frac{s+4}{(s+3)(s+1)}=\frac{3}{2}.\frac{1}{s+1}-\frac{1}{2}.\frac{1}{s+3}}$, d'où la réponse libre : $\boxed{y_L(t)=\frac{1}{2}\left(3e^{-t}-e^{-3t}\right)1(t)}$.
Pour la réponse forcée, on procède également à une décomposition en éléments simples :
$\frac{9}{(s^2+9)(s+3)(s+1)}=\frac{A}{s+3}+\frac{B}{s+1}+\frac{Cs+D}{s^2+9}$.

Les coefficients A et B s'obtiennent aisément en multipliant les 2 membres par (s+3) (respectivement par (s+1)) et en posant s = -3 (respectivement s = -1), d'où $\boxed{A = -0{,}25 \text{ et } B = 0{,}45}$.
Le coefficient D peut s'obtenir simplement en posant s = 0, d'où $\boxed{D = -0{,}3}$.
Enfin, le coefficient C peut s'obtenir en multipliant de chaque côté par (s^2+9) et en posant s = 3j, d'où $\boxed{C = -0{,}2}$.

Finalement : $\boxed{\frac{9}{(s^2+9)(s+3)(s+1)} = -\frac{1}{4}\frac{1}{s+3} + \frac{0{,}45}{s+1} - \frac{0{,}2s+0{,}3}{s^2+9}}$. On en déduit l'expression de la réponse forcée : $\boxed{y_F(t) = \left[-0{,}25e^{-3t} + 0{,}45e^{-t} - 0{,}2\cos(3t) - 0{,}1\sin(3t)\right].1(t)}$.

La réponse totale est la somme des réponses libre et forcée :
$\boxed{y(t) = \left(1{,}95e^{-t} - 0{,}75e^{-3t} - 0{,}2\cos(3t) - 0{,}1\sin(3t)\right).1(t)}$.

Le régime transitoire est constitué des termes en exponentielle, quant au régime permanent, il correspond aux termes sinusoïdaux.

Exercice 5 : déterminer l'expression mathématique du signal à temps discret *x(k)* dont la transformée en z s'écrit : $X(z) = \frac{z^2+z+2}{(z-1)(z^2-z+1)}$.

On procède par décomposition en éléments simples :
$X(z) = \frac{z^2+z+2}{(z-1)(z^2-z+1)} = \frac{A}{z-1} + \frac{Bz+C}{z^2-z+1} = \frac{z^2(A+B)+z(-A+C-B)+A-C}{(z-1)(z^2-z+1)}$, d'où l'on tire le système d'équations : $\begin{cases} A+B=1 \\ -A-B+C=1 \\ A-C=2 \end{cases}$. On en déduit aisément : $\boxed{A = 4, B = -3, C = 2}$.

On a donc : $X(z) = \frac{4}{z-1} - \frac{3z-2}{z^2-z+1} = \frac{4}{z-1} - \frac{3(z-0{,}5)}{(z-0{,}5)^2+0{,}75} + \frac{0{,}5}{(z-0{,}5)^2+0{,}75}$.

Les deux derniers termes correspondent à des sinus amortis pour lesquels on a :
$\alpha = 0{,}5 = \rho\cos\theta$ et $\beta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \rho\sin\theta$, d'où : $\boxed{\rho = 1 \text{ et } \theta = \frac{\pi}{3}}$.

Finalement : $\boxed{x(k) = \left[4 - 3\cos\left((k-1)\frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\left((k-1)\frac{\pi}{3}\right)\right].1(k-1)}$.

Suivant la décomposition effectuée, on pouvait aussi établir :
$\boxed{x(k) = \left[4 + \frac{4}{\sqrt{3}}\sin\left((k-1)\frac{\pi}{3}\right)\right].1(k-1) - 2\sqrt{3}\sin\left(k\frac{\pi}{3}\right).1(k)}$.

Exercice 6 : que vaut la fonction de transfert échantillonnée d'un système du premier ordre, de gain statique unitaire et de constante de temps de 10 secondes, muni d'un bloqueur d'ordre 0 ? On précise que la période d'échantillonnage est de 2 secondes. Établir la relation de récurrence correspondante.

La fonction de transfert du système continu est : $G(s) = \frac{1}{1+10s} = \frac{0{,}1}{s+0{,}1}$.

La fonction de transfert échantillonnée de ce système, muni d'un bloqueur d'ordre zéro, est donc donnée par : $G(z) = (1-z^{-1})Z\left[\frac{G(s)}{s}\right] = (1-z^{-1})Z\left[\frac{0{,}1}{s(s+0{,}1)}\right]$.

La décomposition en éléments simples s'effectue aisément : $\boxed{\dfrac{0{,}1}{s(s+0{,}1)}=\dfrac{1}{s}-\dfrac{1}{s+0{,}1}}$. On en tire :

$$G(z)=\left(1-z^{-1}\right)\left(\frac{1}{1-z^{-1}}-\frac{1}{1-e^{-0{,}1T_e}z^{-1}}\right)\approx 1-\frac{1-z^{-1}}{1-0{,}8187z^{-1}}\approx\frac{1-0{,}8187z^{-1}-1+z^{-1}}{1-0{,}8187z^{-1}}\approx\boxed{\frac{0{,}1813z^{-1}}{1-0{,}8187z^{-1}}}.$$

On en déduit la relation de récurrence entre l'entrée et la sortie du système :

$$G(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}\rightarrow\left(1-0{,}8187z^{-1}\right)Y(z)=0{,}1813z^{-1}X(z)\rightarrow\boxed{y(k)-0{,}8187y(k-1)=0{,}1813x(k-1)}.$$

Exercice 7 : soit t_r le temps mis par la réponse indicielle d'un système pour passer de 10% à 90% de sa valeur finale. Montrer que pour un système du 1er ordre de fréquence de coupure à -3dB f_c, on a la relation : $t_r\approx\dfrac{0{,}35}{f_c}$.

Déterminons la fréquence de coupure d'un système du 1er ordre standard.

La fonction de transfert est de la forme : $\dfrac{K}{1+sT}$, où K désigne le gain statique du système et T, sa constante de temps. La réponse fréquentielle de ce système est : $\dfrac{K}{1+j\omega T}$. La fréquence de coupure à -3 dB correspond à une diminution du gain, donc du module de la réponse fréquentielle, d'un facteur $\sqrt{2}\left(\text{car } 20\log\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=-3\right)$. Soit ω_c la pulsation de coupure $\left(\omega_c=2\pi f_c\right)$, on a donc la relation :

$$\left|\frac{K}{1+j\omega_cT}\right|=\frac{K}{\sqrt{1+\omega_c^2T^2}}=\frac{K}{\sqrt{2}}\text{, d'où l'on tire : }1+\omega_c^2T^2=2\text{, c'est-à-dire : }\omega_c=\frac{1}{T}\text{ et }\boxed{f_c=\frac{1}{2\pi T}}.$$

Par ailleurs, on sait que la réponse indicielle du système s'exprime par : $h(t)=K\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right)$.

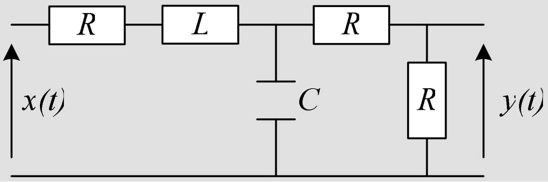
Par conséquent, la valeur finale de cette réponse est égale à K, et le temps t_1 mis pour atteindre 10% de celle-ci est donné par : $K\left(1-e^{-\frac{t_1}{T}}\right)=0{,}1K$. On en déduit : $\boxed{t_1=-T\,\mathrm{Ln}(0{,}9)}$.

De la même manière, le temps t_2 mis pour atteindre 90% de la valeur finale est donné par $K\left(1-e^{-\frac{t_2}{T}}\right)=0{,}9K$, d'où : $\boxed{t_2=-T\,\mathrm{Ln}(0{,}1)}$.

Finalement : $\boxed{t_r=t_2-t_1=T\left(\mathrm{Ln}(0{,}9)-\mathrm{Ln}(0{,}1)\right)=\dfrac{\mathrm{Ln}(0{,}9)-\mathrm{Ln}(0{,}1)}{2\pi f_c}\approx\dfrac{2{,}197}{2\pi f_c}\approx\dfrac{0{,}3497}{f_c}}$.

Cette relation illustre le fait que l'augmentation de la rapidité d'un système passe par l'élargissement de sa bande passante.

Exercice 8 : établir la fonction de transfert $G(s)=\dfrac{Y(s)}{X(s)}$ du montage électrique suivant :



$R=3\Omega$
$L=6H$
$C=1F$

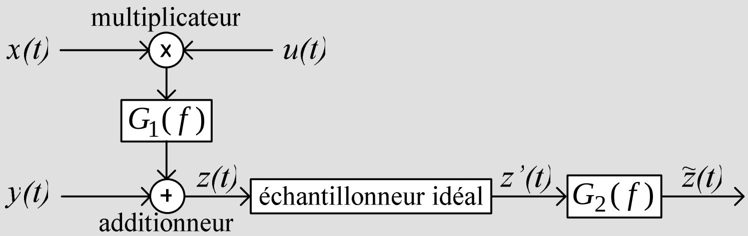
Mettre $G(s)$ sous la forme standard d'un système du 2ème ordre et donner l'expression de son gain statique, de sa pulsation propre, de son coefficient d'amortissement et de sa pulsation de résonance.

Soit A le potentiel au nœud entre l'inductance L, la capacité C et la résistance R, on peut écrire : $\dfrac{X-A}{R+Ls}=ACs+\dfrac{A-Y}{R}$ et $\dfrac{A-Y}{R}=\dfrac{Y}{R}$. La seconde relation permet d'établir : $A=2Y$. La première relation s'écrit alors : $\dfrac{X-2Y}{R+Ls}=2YCs+\dfrac{Y}{R}$. On en tire : $RX=Y\left(2R+2R^2Cs+2RLCs^2+R+Ls\right)$.

$$\text{D'où : }\boxed{G(s)=\frac{R}{2RLCs^2+\left(2R^2C+L\right)s+3R}=\frac{\frac{1}{3}.\frac{3}{2LC}}{s^2+\frac{2R^2C+L}{2RLC}s+\frac{3}{2LC}}\equiv\frac{K\omega_0^2}{s^2+2\omega_0\zeta s+\omega_0^2}}.$$

Par identification, on peut en déduire successivement : $\boxed{\omega_0=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2LC}}=0{,}5\text{ rad/s}}$, $\boxed{\zeta=\dfrac{2R^2C+L}{2R\sqrt{6LC}}=\dfrac{2}{3}}$, le gain statique $\boxed{K_s=\dfrac{1}{3}}$, et $\boxed{\omega_R=\omega_0\sqrt{1-2\zeta^2}=\dfrac{\sqrt{8R^2LC-4R^4C^2-L^2}}{2\sqrt{2}RLC}=\dfrac{1}{6}\approx 0{,}1666\text{rad/s}}$.

Exercice 9 : soit le système de traitement suivant :



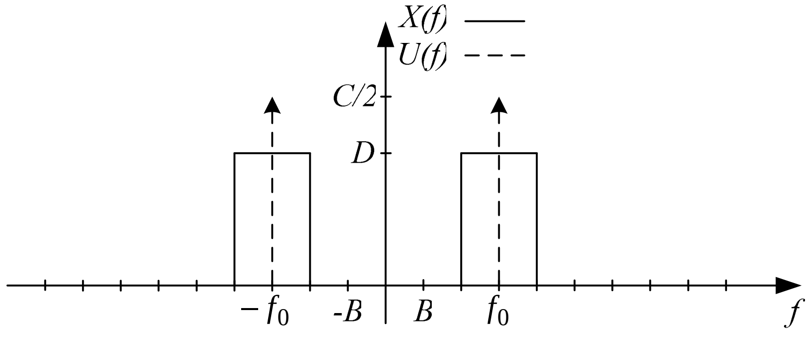
On note : $A.rect[(t-\tau)/T]$: impulsion rectangulaire de durée T, d'amplitude A, centrée en $t=\tau$.
$A.tri[(t-\tau)/T]$: impulsion triangulaire d'amplitude maximale A et de base $2T$, centrée en $t=\tau$.
On donne : $X(f)=D.\left[rect\left(0{,}5\left(f+f_0\right)/B\right)+rect\left(0{,}5\left(f-f_0\right)/B\right)\right]$

$u(t)=C.\cos\left(2\pi f_0t\right)$; $y(t)=\text{sinc}^2(Bt)$; $G_1(f)=rect\left[f/4B\right]$; $f_0=3B$.

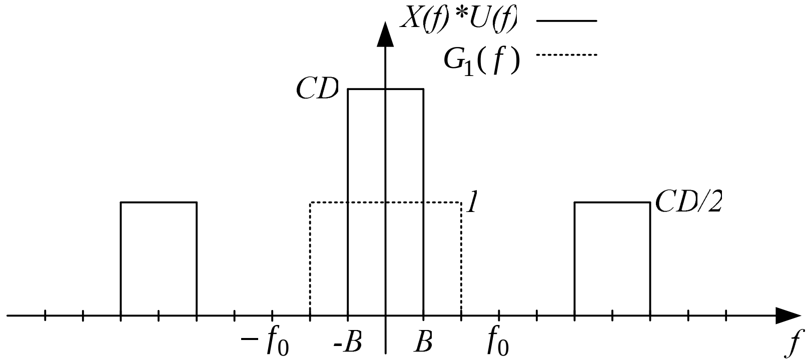
Rappels : $\text{sinc}^2(t/T)\leftrightarrow T.tri(fT)$; $x(t).y(t)\leftrightarrow X(f)*Y(f)$.

1) Déterminer la fréquence d'échantillonnage minimale permettant de reconstruire le signal *z(t)* sans distorsion, en utilisant un filtre passe-bas idéal $G_2(f)$ de largeur de bande adéquate.
   Conseil : représenter successivement les spectres des différents signaux intervenant dans ce système (*X(f)* et *U(f)*, puis sortie du multiplicateur et $G_1(f)$, puis sortie du filtre G_1 et *Y(f)*, et enfin *Z(f)*).

Commençons par représenter les spectres des signaux *x(t)* et *u(t)*. Le signal *u(t)* étant un cosinus, son spectre est constitué de deux impulsions de Dirac (voir exercice 3 précédent). Quant à *X(f)*, il est constitué de deux impulsions rectangulaires.

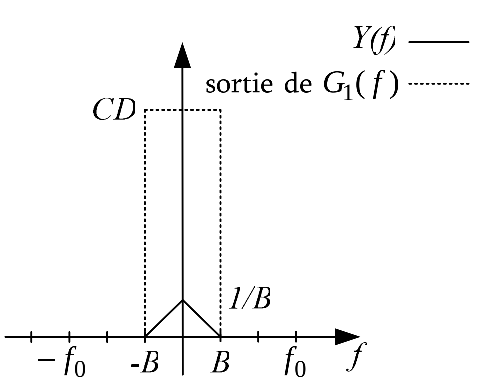


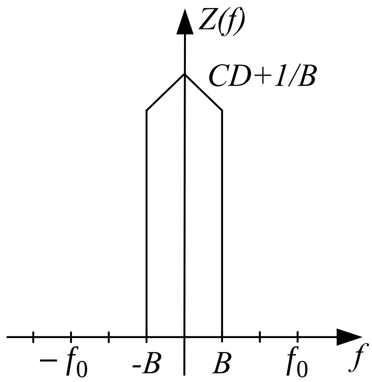
Dans le domaine fréquentiel, la multiplication des signaux $x(t)$ et $u(t)$ se traduit par un produit de convolution entre les spectres correspondants. Le spectre de $u(t)$ comprenant deux impulsions de Dirac, on retrouve une réplique de $X(f)$ centrée sur chacune de ces impulsions. Quant au filtre G_1, il s'agit d'un filtre idéal, dont la réponse fréquentielle est une impulsion rectangulaire de hauteur 1 et de largeur $4B$.



L'opération de filtrage correspondant à un produit dans le domaine fréquentiel, le filtre G_1 permet d'éliminer les deux composantes périphériques, et l'on retrouve en sortie du filtre la seule impulsion rectangulaire centrée sur 0 et de largeur $2B$. Le spectre de $y(t)$, quant à lui, est une impulsion triangulaire centrée sur 0, de base $2B$ et de hauteur $1/B$.

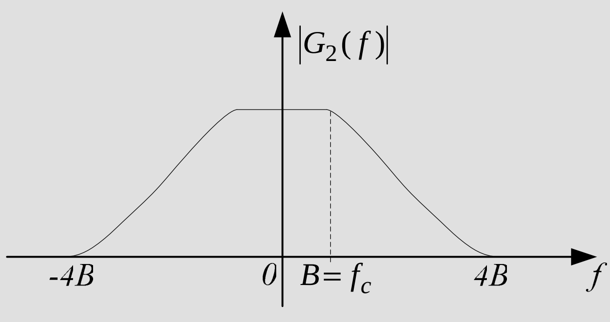
La transformée de Fourier étant linéaire, la somme du signal de sortie du filtre G_1 et de $y(t)$ se traduit également par une somme dans le domaine fréquentiel.





La fréquence maximale du signal à échantillonner étant égale à B, si G_2 est un filtre passe-bas idéal, de fréquence de coupure B $\left(G_2(f)=rect\left[f/2B\right]\right)$, le théorème de Shannon indique $\boxed{f_e \geq 2B}$.

2) Quelle cadence d'échantillonnage préconiser dans le cas, plus réaliste, où le filtre G_2 n'est pas idéal et où sa réponse harmonique est la suivante ?



Dans ce cas, il faut s'assurer que les premières répliques de $Z(f)$ (celles centrées sur f_e et $-f_e$) soient correctement coupées : $f_e - f_{\max} = f_e - B \geq 4B$, soit : $\boxed{f_e \geq 5B}$.