

ESIAL 1 — Module Mathématiques appliquées discrètes

Théorie des langages : grammaires algébriques, langages algébriques

Définitions : grammaire algébrique, dérivation, arbre syntaxique d'un mot, langage engendré par une grammaire algébrique, grammaire ambiguë

Exercice 1 Soit l'expression arithmétique suivante en notation infixée-préfixée :

$$(a + x) * f(x/b, s(a)) - s(f(x, y))$$

Ecrire cette expression sous forme préfixée, postfixée, fonctionnelle et arborescente.

Exercice 2 Soit la grammaire $G = (\{X\}, \{a, b\}, \rightarrow, X)$ où la relation $\rightarrow$ est définie par $X \rightarrow aXbb \mid \varepsilon$. Quel est le langage engendré par G ? Justifier votre affirmation.

Exercice 3 : Le but de cet exercice est de donner des grammaires de plus en plus correctes engendrant les expressions arithmétiques en notation infixée.

- On se limite dans un premier temps aux deux opérateurs $+$ et $*$. Déterminer les règles de la grammaire algébrique $G_1 = (\{E\}, \{x, y, z, +, *, (,)\}, \rightarrow, E)$ engendrant les expressions arithmétiques formées à l'aide des variables x, y, z , des symboles d'opérations $+$, $*$ et des parenthèses $(,)$, cette grammaire n'utilisant que le seul non-terminal E .
 - Montrer que la grammaire obtenue engendre le mot $x + y * (x + z)$ en mettant en évidence une ou plusieurs dérivations.
 - Construire le ou les arbres syntaxiques des expressions suivantes : $\alpha_1 = x + (y * z)$, $\alpha_2 = x + y * z$. Que constatez-vous et quel problème met-on en évidence?
 - Ecrire une grammaire G_2 engendrant les mêmes expressions mais tenant compte de l'ordre de priorité des opérateurs $+$ et $*$. Reprendre la question (b) ci-dessus et commenter les différences constatées.
- Compléter la grammaire de la question 1.(c) de sorte que le langage engendré inclue aussi l'opérateur unaire $-$.
- Compléter la grammaire de la question 1.(c) de sorte que le langage engendré inclue aussi l'opérateur unaire $-$ et les opérateurs binaires $-$ et $/$.
- A l'aide de la grammaire du 3. former les arbres syntaxiques des expressions suivantes : $\alpha_3 = x - y + z$, $\alpha_4 = x / y * z$.
Un nouveau problème est mis en évidence. Lequel?
- Définir une nouvelle grammaire tenant compte de l'associativité "gauche $\rightarrow$ droite" des opérateurs. Voyez-vous un nouveau problème surgir?
- Que faudrait-il faire pour avoir un opérateur d'exponentiation $\uparrow$?

Exercice 4 Soit la grammaire $G = (\{X\}, \{a, b\}, \rightarrow, X)$ telle que $X \rightarrow aXbX \mid bXaX \mid \varepsilon$.

Montrer que $L(G) = \{\alpha, \alpha \in \{a, b\}^* \text{ et } |\alpha|_a = |\alpha|_b\}$ où $|\alpha|_l$ est le nombre d'occurrences de la lettre l dans le mot α .