

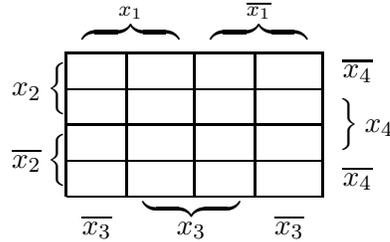
ESIAL 1 — Module Mathématiques appliquées discrètes
Algèbre de Boole : simplification des fonctions booléennes

Exercice 1

Soit f la fonction booléenne suivante :

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2x_3 + x_1x_2\bar{x}_3 + x_1\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4 + \bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$$

1. Représenter le support de f dans le diagramme de Karnaugh suivant :



2. Déterminer les monômes maximaux de f .
3. Déterminer les monômes centraux de f .
4. En déduire les formes simplifiées de f .

Exercice 2

On considère l’affichage classique à 7 bâtonnets permettant l’affichage numérique des dix chiffres de 0 à 9.

1. On suppose que ces chiffres sont connus par leur codes ASCII. Montrer que cette situation se traduit par l’étude de 7 fonctions booléennes à 7 variables.
2. On suppose que ces chiffres sont connus par leur codes binaires. Montrer que cette situation se traduit par l’étude de 7 fonctions booléennes à 4 variables.
3. Faire l’étude de la fonction booléenne associée au bâtonnet central.

Exercice 3

1. Soient f et g deux fonctions de \mathbb{F}_n . Montrer que $(g \Rightarrow f) \equiv 1 \Leftrightarrow S_n(g) \subseteq S_n(f)$.
2. Simplifier la fonction booléenne f suivante sachant que les conditions suivantes sont vérifiées :
 - (a) $xyt \Rightarrow f(x, y, z, t)$
 - (b) $(z \Leftrightarrow t)\bar{y} \Rightarrow f(x, y, z, t)$
 - (c) $f(x, y, z, t) \Rightarrow (x + \bar{y} + zt)$
 - (d) $f(x, y, z, t) \Rightarrow \bar{x} + \bar{z} + t$
 - (e) $f(x, y, z, t) \Rightarrow y + z + \bar{t}$