FICHE N°1 : Probabilités élémentaires

I) Probabilité d'un évènement

Ω = espace d'expérience <- à définir à chaque exo
définir aussi : $P(\{\omega_i\})$

(dans beaucoup de cas : $P(\{\omega_i\}=1/|\Omega|)$

évènement A : $A \subset \Omega$ (à définir également de manière explicite).

Relations importantes :
1) $P(\Omega)=1$
2) $P(\emptyset)=0$
3) si $A,B \subset \Omega$ alors $P(A \cup B)=P(A)+P(B) - P(A \cap B)$
4) $P(A^C) = 1-P(A)$.

$\emptyset$: évènement impossible
$A \cap B=\emptyset$: A et B incompatibles
tirage uniforme : $P([a;b]) = b-a$ et $P(A) = |A|/|\Omega|$ ($|A|$: aire de A)

II) Probabilité **uniforme** sur un ensemble **fini**

hypothèses :
1) $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,...,\omega_N\}$ avec N donné
2) quelque soit i, $P(\{\omega_i\})=1/N$.

quelque soit $A \subset \Omega$, P(A) est donné par :

$$\boxed{P(A)=\frac{card\ A}{N}=\frac{|A|}{N}=\frac{\#\ \text{cas favorables}}{\#\ \text{cas possibles}}}$$

III) Analyse combinatoire

1) permutation : suite **ordonnée** de n objets : $P_n = n!$
2) arrangement : suite **ordonnée** de p objets parmi n objets :

$$\boxed{A_n^p=\frac{n!}{(n-p)!}=n.(n-1)...(n-p+1)}$$

3) arrangement avec **répétition** : $\boxed{A_n^p=n^p}$

4) combinaison : **combinaison** de p objets parmi n : $\boxed{C_n^p=\frac{n!}{p!(n-p)!}=\binom{n}{p}}$

IV) Probabilité conditionnelle

probabilité de A sachant B : $\boxed{P(A|B) = P\frac{(A\cap B)}{P(B)}}$

$P_B(A) = P(A|B)$

BAYES :
pour tout H_k disjoints et leur union est égale à Ω, et $A \subset \Omega$:

$$\boxed{P(H_k|A)=\frac{P(A|H_k).P(H_k)}{\sum_{j=1}^{N} P(A|H_j).P(H_j)}}$$

indépendance : $A \perp\!\!\!\perp B$ ssi $P(A\cap B) = P(A).P(B)$
si $A \perp\!\!\!\perp B$, alors $A \perp\!\!\!\perp B^C$, $A^C \perp\!\!\!\perp B$, $A^C \perp\!\!\!\perp B^C$
mutuelle indépendance : A, B, C indépendants 2 à 2, et $P(A\cap B\cap C) = P(A).P(B).P(C)$.

Retour

CHARDON Marion
Webmestre